EXERCICE N°1 | **5 points** | **35 '** | **PRINCIPALE 2019**

1°) Soit le nombre complexe a défini par $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+i)\left(\sqrt{3}+i\right)$

a) Montrer que $a = 2\,e^{i\frac{5\pi}{12}}$

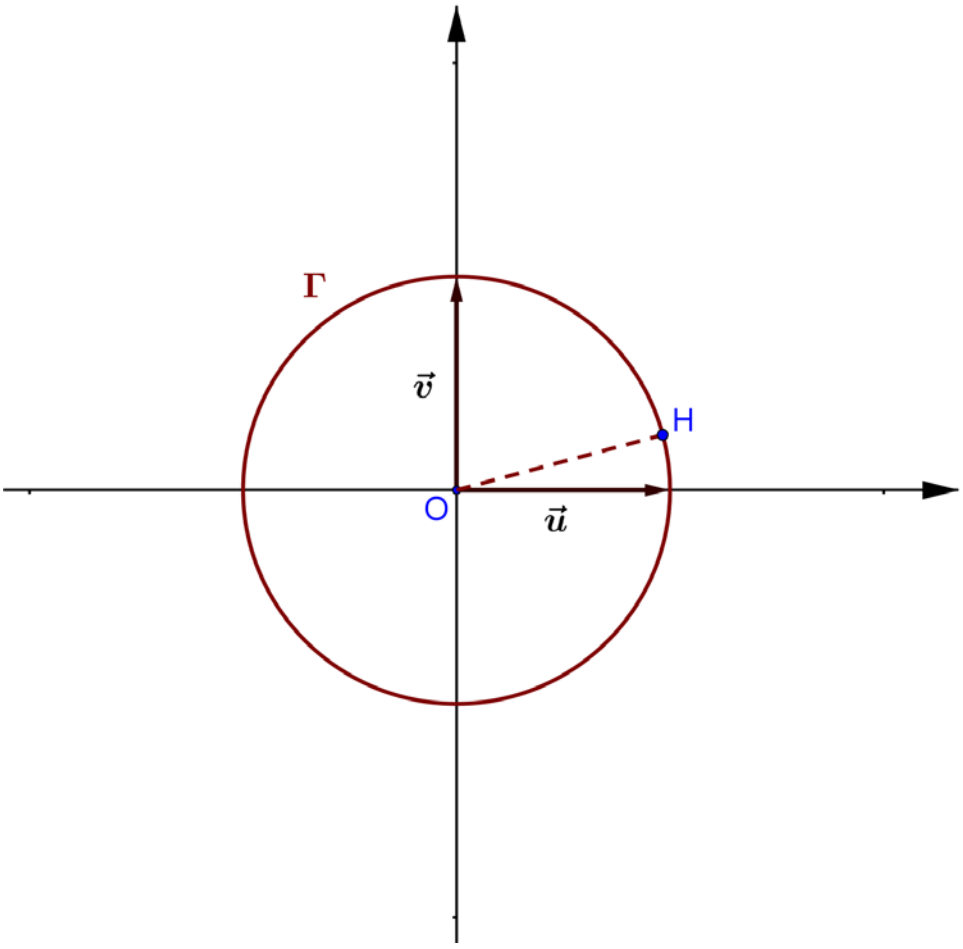
b) Donner les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$.

2°) a) Vérifier que $a^4 = 8\left(1-i\sqrt{3}\right)$.

b) En déduire les solutions de l'équation $(E): z^4 = 8\left(1-i\sqrt{3}\right)$.

c) Dans la figure ci-dessous, le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, Γ est le cercle trigonométrique et H est le point d'affixe $e^{i\frac{\pi}{12}}$.

Placer les images des solutions de l'équation (E).



: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

1°) a) Vérifier que $\left(3+2i\right)^2 = 5+12i$.

b) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E_1) : z^2 + iz + 1 + 3i = 0$.

c) En déduire les solutions de l'équation $(E_2) : z^2 - iz + 1 - 3i = 0$.

2°) Déduire alors l'ensemble des solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation $(E) : z^4 + 3z^2 + 6z + 10 = 0$.

3°) Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $1+2i$, $1-2i$, $-1-i$ et $-1+i$.

a) Placer les points A, B, C et D dans le repère $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

b) Montrer que $ABCD$ est un trapèze.

c) Calculer l'aire de ce trapèze.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com